

حل تمرینات کتاب ساختمان گسسته

کرداورنده:

**Pnu-Soal.ir**

فصل سوم

### تمرینات فصل ۳

۱- فرض کنید  $A = B = R$  ،  $f: A \rightarrow B$  ،  $g: B \rightarrow C$  که در آن  $f(a) = a+1$  و  $g(b) = b^2 + 1$  تعیین کنید:

الف)  $f \circ f$       ب)  $g \circ g$       ج)  $f \circ g$       د)  $g \circ f$

پاسخ:

الف)

$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = f(a+1) = (a+1)+1 = a+2$$

ب)

$$(g \circ g)(b) = g(g(b)) = g(b^2 + 1) = (b^2 + 1)^2 + 1$$

ج)

$$(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(b^2 + 1) = (b^2 + 1) + 1 = b^2 + 2$$

د)

$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(a+1) = (a+1)^2 + 1$$

۲- فرض کنید که  $A = B = \{x \mid x \in R, x \neq 0, 1\}$  . توابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f_1(x) = x \quad f_2(x) = 1-x \quad f_3(x) = 1/x$$

$$f_4(x) = 1/(1-x) \quad f_5(x) = x/(x-1) \quad f_6(x) = (x-1)/x$$

نشان دهید که ترکیب هر زوج از توابع مزبور ، یکی از توابع شش گانه فوق است.

پاسخ:

داریم:

$$(f_1 \circ f_2)(x) = f_1(f_2(x)) = f_1(1-x) = 1-x \Rightarrow f_1 \circ f_2 = f_1$$

$$(f_1 \circ f_3)(x) = f_1(f_3(x)) = f_1(1/x) = 1/x \Rightarrow f_1 \circ f_3 = f_3$$

به همین ترتیب

$$f_1 \circ f_4 = f_2, \quad f_1 \circ f_5 = f_6, \quad f_1 \circ f_6 = f_2$$

$$f_r \circ f_r = f_r$$

$$(f_r \circ f_r)(x) = f_r(f_r(x)) = f_r\left(\frac{1}{x}\right) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \Rightarrow f_r \circ f_r = f_r$$

بقیه موارد بسادگی مانند روابط بالا نشان داده می‌شوند.

۳- فرض کنید که  $f: A \rightarrow B$  که در آن :

$$A = B = S \times T, \quad T = \{a, b\}, \quad S = \{1, 2, 3\} \quad (\text{الف})$$

$$f(n, a) = (n, b), \quad n = 1, 2, 3 \quad \text{و} \quad f(n, b) = (n, a), \quad n = 1, 2, 3$$

$$f(a) = |a| \quad \text{و} \quad A = B = R \quad (\text{ب})$$

برای هر قسمت تعیین کنید که آیا تابع  $f$  پوشا است؟ آیا  $f$  یک به یک است؟

پاسخ :

الف) ثابت می‌کنیم  $f$  پوشا و یک به یک است :

$$\begin{cases} (n, b) \in B \Rightarrow (n, a) \in A, & f(n, a) = (n, b) \quad n = 1, 2, 3 \\ (n, a) \in B \Rightarrow (n, b) \in B, & f(n, b) = (n, a) \quad n = 1, 2, 3 \end{cases}$$

پس  $f$  پوشاست.

$$\begin{cases} f(n, a) = f(n_r, a) \Rightarrow (n, b) = (n_r, b) \Rightarrow n = n_r \Rightarrow (n, a) = (n_r, a) \\ f(n, b) = f(n_r, b) \Rightarrow (n, a) = (n_r, a) \Rightarrow n = n_r \Rightarrow (n, b) = (n_r, b) \end{cases}$$

پس  $f$  یک به یک نیز می‌باشد.

ب) ثابت می‌کنیم  $f$  نه پوشا و نه یک به یک است. می‌دانیم  $-2 \in R$  در حالیکه چون

$$f(a) = |a| \geq 0 \quad \text{پس هیچ مقدار } a \in R \text{ نمی‌توان پیدا کرد به طوریکه } f(a) = -2.$$

پس  $f$  پوشا نیست. از طرفی می‌دانیم  $f(1) = 1$  و  $f(-1) = 1$  پس  $f(1) = f(-1)$ .

در حالیکه  $-1 \neq 1$ . یعنی  $f$  یک به یک نیز نمی‌باشد.

۴- در هر یک از مثالهای زیر  $f$  یک تابع از  $A$  به  $B$  است.  $f^{-1}$  را به دست آورید.

$$f(a) = a^2 + 1 \quad A = B = R \quad (\text{الف})$$

$$f(a) = \frac{2a-1}{3} \quad A = B = R \quad (\text{ب})$$

$$f = \{(1, 3), (2, 2), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\} \quad \text{و} \quad A = B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad (\text{ج})$$

پاسخ :

الف) فرض کنیم  $b = a^2 + 1$  در این صورت

$$a^2 = b - 1 \Rightarrow a = \sqrt{b-1}$$

پس

$$f^{-1}(b) = \sqrt{b-1}$$

(ب) فرض کنیم  $b = \frac{2a-1}{3}$  پس

$$2a-1=3b \Rightarrow 2a=3b+1 \Rightarrow a=\frac{3b+1}{2}$$

$$f^{-1}(b) = \frac{3b+1}{2}$$

(ج) داریم:

$$f^{-1} = \{(3,1), (2,2), (4,3), (5,4), (1,5)\}$$

۵- نشان دهید که اگر هشت عدد صحیح مثبت انتخاب کنیم، باقیمانده‌های تقسیم دو تا از آنها بر عدد ۷ مساوی خواهد بود.

پاسخ:

بنا بر الگوریتم تقسیم بازای هر عدد صحیح  $m$  می‌دانیم  $0 \leq r < 7$   $m = 7q + r$  بنابراین باقیمانده تقسیم هر عدد صحیح بر ۷، یکی از اعداد مجموعه زیر است:

$$\{0, 1, 2, \dots, 6\}$$

عناصر مجموعه فوق را لانه و تعداد ۸ عدد صحیح مثبت را کبوتر در نظر می‌گیریم بنا

بر اصل تعمیم لانه کبوتر یکی از لانه‌ها حداقل باید شامل  $\left\lceil \frac{8}{7} \right\rceil = 2$  کبوتر باشد. پس،

باقیمانده تقسیم دو تا از ۸ عدد صحیح مثبت بر عدد ۷ مساوی خواهد بود.

۶- نشان دهید که اگر هفت رنگ برای رنگ کردن ۵۰ دوچرخه به کار برده شود، در این صورت، دست‌کم هشت دوچرخه هم‌رنگ خواهند بود.

پاسخ:

دوچرخه‌ها را کبوتر و رنگها را لانه در نظر می‌گیریم. بنا به اصل تعمیم لانه کبوتر

دست‌کم  $\left\lceil \frac{50}{7} \right\rceil = 8$  دوچرخه هم‌رنگ خواهند بود.

۷- نشان دهید که برای سه تابع دلخواه  $f, g, h$  داریم:

$$ho(gof) = (hog)of$$

پاسخ:

برای هر  $a \in Dom(f)$  داریم:

$$\begin{aligned} (ho(gof))(a) &= h((gof)(a)) = h(g(f(a))) \\ &= (hog)(f(a)) \\ &= ((hog)of)(a) \end{aligned}$$

پس همواره داریم :

$$ho(gof) = (hog)of$$

۸- با یک مثال نشان دهید که برای دو تابع  $f, g$  در حالت کلی داریم :  $fog \neq gof$

پاسخ :

فرض کنیم  $f: R \rightarrow R$  ،  $f(x) = x^2$  و  $g: R^+ \rightarrow R$  ،  $g(x) = \sqrt{x}$  . در این صورت :

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$$

روشن است  $fog \neq gof$

۹- توابع  $f, g, h$  بر روی اعداد صحیح مثبت به صورت زیر تعریف شده‌اند :

$$f(n) = n+1, \quad g(n) = 2n, \quad h(n) = \begin{cases} 0 & \text{برای } n \text{ های فرد} \\ 1 & \text{برای } n \text{ های زوج} \end{cases}$$

توابع  $fog$  ،  $hof$  ،  $gof$  ،  $(fog)oh$  را به دست آورید.

پاسخ :

$$(fof)(n) = f(f(n)) = f(n+1) = (n+1)+1 = n+2$$

$$(gof)(n) = g(f(n)) = g(n+1) = 2(n+1) = 2n+2$$

$$(hof)(n) = h(f(n)) = h(n+1) = \begin{cases} 0 & \text{فرد } n+1 \\ 1 & \text{زوج } n+1 \end{cases} = \begin{cases} 0 & \text{زوج } n \\ 1 & \text{فرد } n \end{cases}$$

$$((fog)oh)(n) = (fog)(h(n))$$

$$= \begin{cases} (fog)(0) & \text{برای } n \text{ های فرد} \\ (fog)(1) & \text{برای } n \text{ های زوج} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} f(g(0)) & \text{برای } n \text{ های فرد} \\ f(g(1)) & \text{برای } n \text{ های زوج} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} f(0) & \text{برای } n \text{ های فرد} \\ f(2) & \text{برای } n \text{ های زوج} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & \text{برای } n \text{ های فرد} \\ 3 & \text{برای } n \text{ های زوج} \end{cases}$$

۱۰- نشان دهید که دست کم یک عدد از هر  $m$  عدد صحیح متوالی بر  $m$  بخش پذیر است.

👉 پاسخ:

$m$  عدد صحیح متوالی را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$a+1, a+2, \dots, a+m$$

بنا به الگوریتم تقسیم می دانیم

$$a+m = mq + r \quad 0 \leq r < m \quad *$$

اگر  $r = 0$  آنگاه حکم واضح است. فرض کنیم  $r \neq 0$ ، در این صورت  $0 < r < m$  پس  $0 < m-r$ ، در نتیجه روشن است  $a+m-r$  یکی از  $m$  عدد صحیح متوالی است که در نظر گرفته ایم. بنابراین با توجه به رابطه \* داریم:

$$(a+m) + (-r) = (mq+r) + (-r)$$

$$\Rightarrow a + (m-r) = mq + r - r$$

$$\Rightarrow a + (m-r) = mq$$

پس  $a + (m-r)$  بر  $m$  بخش پذیر بوده و اثبات تمام است.

۱۱- شخصی در یک مسابقه پیاده روی در مدت ۱۰ ساعت، مسافت ۴۵ کیلومتر را پیموده است. اگر وی در ساعت اول حرکت ۶ کیلومتر و در ساعت آخر حرکت ۳ کیلومتر را پیموده باشد، نشان دهید که در این مدت یک فاصله زمانی دو ساعته وجود دارد که او دست کم ۹ کیلومتر راه پیموده است.

👉 پاسخ:

با توجه به فرض مساله، شخص در ۸ ساعت میانی مسافت  $36 = 45 - 6 - 3$  کیلومتر را پیموده است. ۸ ساعت میانی را به ۴ قسمت ۲ ساعته تقسیم کرده هر یک از قسمت‌ها را به عنوان لانه در نظر می گیریم. اگر هر کیلومتر مسافت طی شده را به عنوان کبوتر در نظر بگیریم بنا به اصل لانه کبوتر حداقل یک فاصله ۲ ساعته وجود

دارد که در آن شخص  $9 = \left\lceil \frac{36}{4} \right\rceil$  کیلومتر پیموده است.

۱۲- مساحت یک دایره به ۳۶ قطاع تقسیم شده و اعداد ۱ الی ۳۶ به طور تصادفی در قطاع‌های مختلف قرار گرفته‌اند. نشان دهید سه قطاع متوالی وجود دارد که مجموع اعداد قرار داده شده در آنها، دست کم، ۵۶ است.

📌 پاسخ:

این تمرین را می‌توان مانند تمرین ۳۷ از فصل اول حل کرد.

۱۳- عدد صحیح و دلخواه  $x_1, x_2, \dots, x_n$  مفروض است. نشان دهید که  $i$  و  $k$  ای  $(k \geq 0, i \geq 1)$  وجود دارند که  $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k}$  بر عدد  $n$  بخش‌پذیر است.

📌 پاسخ:

بنا به الگوریتم تقسیم، برای هر  $x_i$  داریم:

$$x_i = nq_i + r_i \quad 0 \leq r_i < n \quad q_i \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

اگر برای  $j$ -ای داشته باشیم  $r_j = 0$ ، آنگاه حکم واضح است. زیرا با فرض  $k = 0$ ،  $x_j$  بر  $n$  بخش‌پذیر خواهد بود.

حال فرض کنیم همه  $r_i$ ها ناصفر هستند. دنباله زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} a_1 &= r_1 \\ a_2 &= r_1 + r_2 \\ &\vdots \\ a_n &= r_1 + r_2 + \dots + r_n \end{aligned} \quad (2)$$

مجدداً بنا به الگوریتم تقسیم می‌دانیم

$$a_i = nP_i + R_i \quad 0 \leq R_i < n \quad P_i \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

اگر برای یک اندیس، مانند  $j$ ، داشته باشیم  $R_j = 0$  آنگاه از روابط (۱) و (۲) و (۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_j &= (nq_1 + r_1) + (nq_2 + r_2) + \dots + (nq_j + r_j) \\ &= (nq_1 + nq_2 + \dots + nq_j) + (r_1 + r_2 + \dots + r_j) \\ &= n(q_1 + q_2 + \dots + q_j) + a_j \\ &= n(q_1 + q_2 + \dots + q_j) + nP_j \\ &= n(q_1 + q_2 + \dots + q_j + P_j) \end{aligned}$$

پس  $x_1 + x_2 + \dots + x_j$  بر  $n$  بخش‌پذیر است.

حال اگر برای هر اندیس،  $R_i$  مخالف صفر باشد آنگاه برای هر  $1 \leq i \leq n$  خواهیم داشت:  $0 < R_i < n$ ، اعداد  $\{1, 2, \dots, n-1\}$  را به عنوان لانه و  $R_i$ ها را کبوتر در نظر



می گیریم بنا به اصل لانه کبوتر ، حداقل دو تا از  $R_i$  ها مساوی خواهند بود . فرض کنیم  $R_i = R_j$  بدون کاستن از کلیت مساله . فرض کنیم  $i < j$  ، در این صورت :

$$x_1 + x_r + \dots + x_i = n(q_1 + q_r + \dots + q_i) + nP_i + R_i \quad (4)$$

$$x_1 + x_r + \dots + x_i + \dots + x_j = n(q_1 + q_r + \dots + q_i + \dots + q_j) + nP_j + R_j \quad (5)$$

با تفاضل ۴ از ۵ بدست می آوریم :

$$\begin{aligned} x_{i+1} + \dots + x_j &= n(q_{i+1} + \dots + q_j) + n(P_j - P_i) \\ &= n(q_{i+1} + \dots + q_j + P_j - P_i) \end{aligned}$$

پس  $x_{i+1} + \dots + x_j$  بر  $n$  بخش پذیر است .

۱۴- از میان اعداد ۱ الی ۱۰۱،۲۰۰ عدد تصادفی انتخاب شده اند. نشان دهید که از میان اعداد انتخاب شده ، دو عدد می توان یافت که یکی بر دیگری بخش پذیر باشد.

📦 پاسخ :

مجموعه های زیر را در نظر می گیریم :

$$A_1 = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\}$$

$$A_2 = \{3, 6, 12, 24, 48, 96, 192\}$$

$$A_3 = \{5, 10, 20, 40, 80, 160\}$$

$$A_4 = \{7, 14, 28, 56, 112\}$$

⋮

$$A_{100} = \{199\}$$

تعداد مجموعه های فوق ۱۰۰ تا است . حال اگر ۱۰۱ عدد از بین ۲۰۰ عدد انتخاب کنیم از اینکه ۵۰ عدد فرد بزرگتر از ۱۰۰ داریم پس از میان ۱۰۱ عدد انتخاب شده حداقل ۵۰ تا از اعداد فرد و بزرگتر از ۱۰۰ خواهند بود . که به ۵۰ مجموعه آخر متعلق می شوند . از ۵۱ عدد مابقی بنا به اصل لانه کبوتر ، حداقل ۲ عدد به یکی از لانه های  $A_1$  تا  $A_{50}$  خواهد رفت که در این صورت ، آن دو عدد بر هم دیگر بخش پذیر خواهند بود .

۱۶- نشان دهید که در میان  $n+1$  عدد صحیح دلخواه ، دست کم دو عدد وجود دارد که تفاضل آنها بر  $n$  بخش پذیر است.

📦 پاسخ :

بنا به الگوریتم تقسیم می دانیم

$$x = nq + r \quad \cdot \leq r < n \quad (r \in \{0, 1, \dots, n-1\})$$

هر عدد را یک کبوتر و باقیمانده‌ها را لانه‌ها در نظر می‌گیریم. در این صورت  $n + ۱$  کبوتر و  $n$  لانه داریم. لذا بنا به اصل لانه کبوتر حداقل ۲ تا از اعداد، باقیمانده یکسان خواهند داشت فرض کنیم  $x$  و  $y$  دو عدد مورد نظر باشند. در این صورت:

$$x = nq + r, \quad y = np + r$$

$$\Rightarrow x - y = (nq + r) - (np + r) \Rightarrow x - y = n(q - p)$$

پس  $x - y$  بر  $n$  بخش پذیر است.

۱۷- فرض کنید  $f: A \rightarrow B$  و  $g: B \rightarrow C$  دو تابع باشند. نشان دهید که اگر:

الف)  $g \circ f$  یک به یک باشد آنگاه  $f$  نیز یک به یک است.

ب)  $g \circ f$  پوشا باشد آنگاه  $g$  نیز پوشاست.

پاسخ:

الف) فرض کنیم  $f(x_1) = f(x_2)$ ، در این صورت از اینکه  $g$  یک تابع است خواهیم داشت:  $g(f(x_1)) = g(f(x_2))$ ، پس  $(g \circ f)(x_1) = (g \circ f)(x_2)$ . اما بنا به فرض  $g \circ f$  یک به یک است. پس  $x_1 = x_2$ ، در نتیجه  $f$  نیز یک به یک می‌باشد.

ب) فرض کنیم  $z \in C$ ، در این صورت از اینکه  $g \circ f$  پوشاست،  $x \in A$  وجود دارد به طوری که  $(g \circ f)(x) = z$ ، لذا با فرض  $y = f(x)$  داریم:

$$y \in B$$

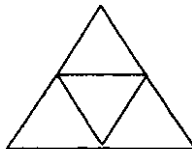
$$g(y) = g(f(x)) = z$$

پس  $g$  نیز پوشاست.

۱۸- یک مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع واحد مفروض است. نشان دهید که اگر ۵ نقطه به طور دلخواه روی اضلاع و یا داخل آن انتخاب شوند، دست کم، فاصله دو تا از آنها نابیشتر از  $۰/۵$  است.

پاسخ:

مثلث متساوی الاضلاع به طول واحد را به صورت زیر به چهار زیر مثلث تقسیم می‌کنیم:



هر یک از زیر مثلثها متساوی الاضلاع بوده، طول ضلعهایشان  $۰/۵$  واحد است.

حال اگر ۵ نقطه از داخل مثلث بزرگ انتخاب کنیم بنا به اصل لانه کبوتر ، حداقل ۲ نقطه در یک مثلث کوچک قرار خواهد گرفت که در این صورت فاصله آن دو نقطه نایبتر از  $0.5$  خواهد بود . (طول ضلع مثلث کوچک  $0.5$  واحد است .)

۱۹- به بیماری ۴۵ قرص داده شده است ، او باید دقیقاً در مدت ۳۰ روز ، هر روز با مصرف حداقل یک قرص ، همه آنها را مصرف کند. نشان دهید که دوره تناوبی از روزهای متوالی می‌توان یافت که بیمار مزبور دقیقاً ۱۴ قرص مصرف کرده باشد.

**پاسخ :**

فرض کنید  $x_i$  ، تعداد قرصهایی باشد که بیمار در روز  $i$  -ام ( $1 \leq i \leq 30$ ) خورده است. اعداد  $x_1, x_2, \dots, x_{14}$  را در نظر می‌گیریم . سه حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

حالت اول :  $x_1 = x_2 = \dots = x_{14} = 1$  (در روزهای ۱۵ تا ۳۰ ، ۱۶ قرص مصرف کرده) در این صورت اگر ۱۴ روز از روزهای ۱۵ تا ۳۰ را در نظر بگیریم ، بنا به فرض بالا ، بیمار در آن ۱۴ روز دقیقاً ۱۴ قرص مصرف کرده است .

حالت دوم : بیمار یکی از روزهای ۱۵ تا ۳۰ ، فقط دو قرص و در بقیه روزهای ۱۵ تا ۳۰ فقط یک قرص مصرف کرده باشد . (در روزهای ۱۵ تا ۳۰ ، ۱۷ قرص مصرف کرده است) در این حالت نیز واضح است می‌توان دوره‌ای از روزهای ۱۵ تا ۳۰ یافت که بیمار در آن دوره دقیقاً ۱۴ قرص مصرف کرده باشد . مثلاً در روز ۲۳ دو قرص و در بقیه روزهای ۱۵ تا ۳۰ ، فقط یک قرص مصرف کرده باشد ، آنگاه خواهیم داشت :

$$x_{15} + x_{16} + \dots + x_{22} + x_{23} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} = 14$$

یا به عنوان یک دوره دیگر داریم:

$$x_{18} + x_{19} + x_{20} + x_{21} + x_{22} + x_{22} + \dots + x_{27} = 14$$

حالت سوم : بیمار در روزهای ۱۵ تا ۳۰ بیش از ۱۷ قرص مصرف کرده است .

در این صورت بیمار در روزهای اول تا چهارده حداکثر ۲۷ قرص مصرف کرده است . اما به بنا به تمرین ۱۳ ، از میان اعداد  $x_1, x_2, \dots, x_{14}$  می‌توان  $i \geq 1$  ،  $k \geq 0$  را چنان یافت که  $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k} = 14$  بخش پذیر باشد .

از اینکه بیمار در چهارده روز اول حداکثر ۲۷ قرص مصرف کرده است ، پس

$$0 < x_1 + x_2 + \dots + x_{14} \leq 27$$

$$\Rightarrow 0 < x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k} \leq x_1 + x_2 + \dots + x_{14} \leq 27$$

حال از اینکه  $x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k} = 14$  بر ۱۴ بخش پذیر است، از رابطه اخیر نتیجه می شود که :

$$x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+k} = 14$$

و اثبات تمام است.

۲۰- از میان اعداد ۱۰، ۱۱، ۱۲، ...، ۹۹ چند عدد انتخاب کنیم تا دست کم یکی از آنها مضرب عدد ۳ باشد.

پاسخ :

از میان اعداد ۱۰، ۱۱، ۱۲، ...، ۹۹، ۶۰ عدد وجود دارد که بر ۳ بخش پذیر نیستند. لذا اگر ۶۱ عدد از میان اعداد ۱۰، ۱۱، ...، ۹۹ انتخاب کنیم آنگاه حداقل یکی از آنها مضرب ۳ خواهد بود. زیرا مجموعه های زیر را در نظر می گیریم :

$$\{10, 11, 12\}, \{13, 14, 15\}, \dots, \{97, 98, 99\}$$

تعداد مجموعه های فوق ۳۰ تا است. اگر مجموعه های فوق را به عنوان لانه و ۶۱ عدد انتخابی را کبوتر در نظر بگیریم، آنگاه بنا به اصل لانه کبوتر، حداقل یک مجموعه وجود دارد که از آن

$$\left\lfloor \frac{61}{30} \right\rfloor = 3$$

عضو انتخاب می شود. از مجموعه ای که سه عضو انتخاب شود با توجه به اینکه هر مجموعه فقط سه عضو دارد و در هر مجموعه یک عدد که مضرب ۳ است وجود دارد. لذا عدد مورد نظر انتخاب خواهد شد.