حل تمرینات کتاب ساختمان گسسته

گردآورنده:

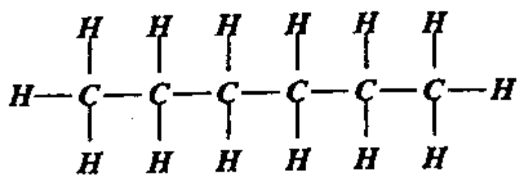
Pnu-Soal.ir

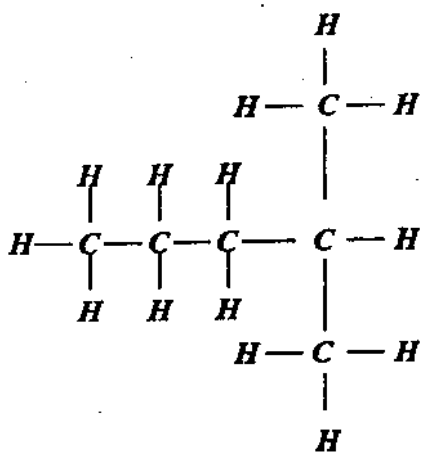
فصل هفتم

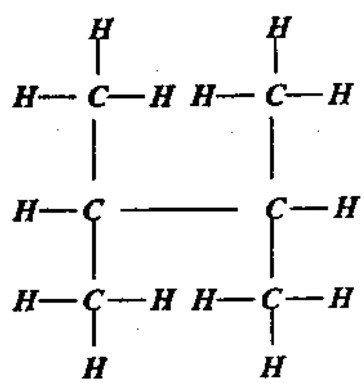
فصل ۷

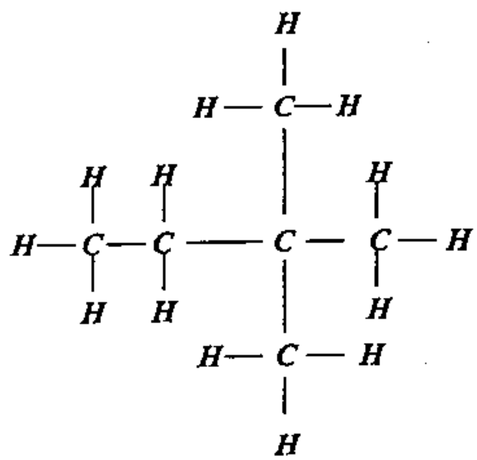
۱- تعداد ایزومرهای هگزان (C_6H_{14}) را به دست آورید .

پاسخ :









۲- اگر $T_1(V_1,E_1)$ و $T_2(V_2,E_2)$ دو درخت باشند که روابط $|E_1|=17$ و $|V_2|=2|V_1|$ در مورد آن‌ها صادق است ، در این صورت ، $|V_1|$، $|V_2|$ و $|E_2|$ را به دست آورید .

پاسخ :

برای هر درخت داریم :

$$|V|=|E|+1$$

لذا :

$$|V_1|=|E_1|+1\Rightarrow|V_1|=18$$
$$|V_2|=2|V_1|\Rightarrow|V_2|=36$$
$$|V_2|=|E_2|+1\Rightarrow|E_2|=35$$

۳- الف) اگر $G=(V,E)$ یک جنگل با $|V|=v$ ، $|E|=e$ ، و k مؤلفه (درخت) باشد ، در این صورت رابطهٔ بین k,e,v چگونه است ؟

ب) حداقل تعداد یالهایی که باید به G اضافه کرد تا به یک درخت تبدیل بشود، چقدر است ؟

پاسخ :

الف) چون G دارای k مولفه است که هرکدام از مؤلفه‌ها یک درخت می‌باشد. بنابراین با فرض اینکه $G_1,\dots,G_k$ مولفه‌های G باشند داریم :

$$|V_i|=|E_i|+1 \qquad 1\le i\le k$$

$$\Rightarrow|V|=\sum_{i=1}^{k}|V_i|=\sum_{i=1}^{k}(|E_i|+1)=\sum_{i=1}^{k}|E_i|+k$$

همچنین داریم :

$$|E| = \sum_{i=1}^{k} |E_i|$$

درنتیجه :

$$|V| = |E| + k$$

ب) اگر بخواهیم با افزودن یالهایی به G، از G یک درخت به دست آوریم ، در این درخت خواهیم داشت :

$$|V| = |\overline{E}| + 1$$

که در آن $\overline{E}$ تعداد یالهای درخت است .

از طرفی داریم :

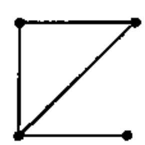
$$|V| = |E| + k$$

$$\Rightarrow |\overline{E}| + 1 = |E| + k$$
$$\Rightarrow |\overline{E}| - |E| = k - 1$$

لذا ، حداقل باید $k-1$ یال به G اضافه کنیم .

۴- مثالی از یک گراف بی‌سو ، مثل $G = (V, E)$ ارائه دهید که برای آن رابطهٔ $|V| = |E| + 1$ برقرار ، ولی G درخت نباشد .

پاسخ :



۵- الف) اگر درختی ، چهار رأس از درجهٔ ۲ ، یک رأس از درجهٔ ۳ ، ۲ رأس از درجه ۴ ، و یک رأس از درجهٔ ۵ داشته باشد ، تعداد برگ‌های آن چقدر است ؟

ب) اگر درخت $T = (V, E)$ ، v_2 رأس از درجهٔ ۲ ، v_4 رأس از درجهٔ۴ ، و v_m رأس از درجهٔ m داشته باشد ، صورت $|V|$ و $|E|$ چگونه هستند ؟

پاسخ :

الف) گراف گفته شده ، درخت نمی‌باشد. زیرا می‌دانیم در یک درخت حداقل یک رأس از درجه یک وجود دارد .

ب) گرافی با توصیف فوق وجود ندارد. زیرا ، فرض کنیم گراف مورد نظر دارای n رأس باشد . بنا به فرض داریم :

$$\deg(v_i) = i \quad ۴ \le i \ , \ \deg(v_۲) = ۲ \ , \ \deg(v_۳) = ۴$$

روشن است درجه $V_۱$ نیز حداقل ۱ می‌باشد . بنابراین با توجه به رابطه

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = ۲|E| \quad , \quad |V| = |E| + ۱$$

داریم:

$$۲|E| = \sum_{v \in V} \deg(v) \ge ۱ + ۲ + ۴ + ۴ + ۵ + \dots + n = ۱ + \frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲(|V| - ۱) = ۱ + \frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲(n-۱) = ۱ + \frac{n(n+۱)}{۲}$$

$$\Rightarrow n^۲ - ۳n + ۶ = ۰$$

اما ، معادله فوق ریشه ندارد. بنابراین گراف توصیف شده وجود ندارد .

۶- گراف بی‌سو و همبند $G = (V, E)$ ، ۳۰ یال دارد . حداکثر مقدار $|V|$ چقدر است ؟

پاسخ :

چون گراف همبند است ، حداکثر مقدار برای $|V|$ زمانی به دست می‌آید که گراف یک درخت باشد ، که در این صورت به دست می‌آوریم :

$$|V| = |E| + ۱ = ۳۱$$

۷- درخت $T = (V, E)$ ، $|V| = n \ge ۲$ رأس دارد . تعداد مسیرهای متمایز (به عنوان زیرگراف‌ها) در T ، چقدر است ؟

پاسخ :

با توجه به قضیه۷-۱ ، اگر b,a دو رأس از T باشند آنگاه فقط یک مسیر منحصر بفرد بین b,a وجود دارد . بنابراین متناظر با هر مجموعه دوعضوی $\{a,b\}$ از V ، یک مسیر وجود دارد . پس ، تعداد کل مسیرهای متمایز در T برابر است با :

$$\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

۸- فرض کنید که $G=(V,E)$ یک گراف همبند و بدون حلقه است که در آن $V=\{v_1,v_2,\ldots,v_n\}$ ، $n\geq 2$ و $\deg(v_1)\geq 2$ و برای $2\leq i\leq n$. نشان دهید که G دور دارد .

پاسخ :

نشان می‌دهیم G درخت نیست . بنا به فرض مساله داریم :

$$\sum_{i=1}^{n}\deg(v_i)=\deg(v_1)+\sum_{i=2}^{n}\deg(v_i)$$

$$\geq 1+\sum_{i=2}^{n}2=1+2(n-1)=2n-1$$

بنابراین :

$$2|E|\geq 2n-1$$

از آنجا که $2n-1$ فرد و $2|E|$ زوج است پس باید داشته باشیم $2|E|\geq 2n$ یا $|E|\geq n$. لذا رابطه $|V|=|E|+1$ نمی‌تواند برقرار باشد . زیرا $|V|=n$. درنتیجه G گراف نیست . پس G دور دارد .

۹- چند درخت پوشای متمایز (هر چند یکریخت) برای گراف C_n (دور با n رأس ، $n\geq 3$) وجود دارد ؟

پاسخ :

C_n یک دور است . پس هیچ رأسی در آن تکرار نشده است از این مطلب نتیجه می‌شود که هیچ یالی نیز ، در C_n تکراری نیست .

فرض کنیم C_n به صورت زیر است :

$$V_1-V_2-\ldots-V_n-V_1$$

که در آن رأس ابتدایی و انتهایی بر هم منطبق هستند و هیچ رأس و یال تکراری نداریم . با توجه به ساختار فوق ، روشن است اگر یالی را از C_n حذف کنیم گراف باقیمانده همبند بوده و هیچ دوری نخواهد داشت. بنابراین ، یک درخت پوشا برای C_n بدست می‌آید . از این که یالهای متفاوت ، درخت‌های پوشای متمایز ایجاد می‌کنند،لذا، $n-1$ درخت پوشا برای C_n وجود دارد .

۱۰- فرض کنید که $T=(V,E)$ یک درخت ریشه‌دار و سودار است که به وسیلهٔ سیستم نشانی عمومی مرتب شده است :

الف) اگر رأس $v\in V$ ، دارای نشانی۶ . ۳. ۱ . ۲ است، حداقل تعداد برادرانی که v باید داشته باشد ، چقدر است ؟

ب) برای رأس v قسمت (الف) نشانی پدرش را پیدا کنید .

ج) تعداد نیاکان رأس v چقدر است ؟

د) با حضور v در T ، نشانی‌های دیگر سیستم چگونه هستند ؟

پاسخ :

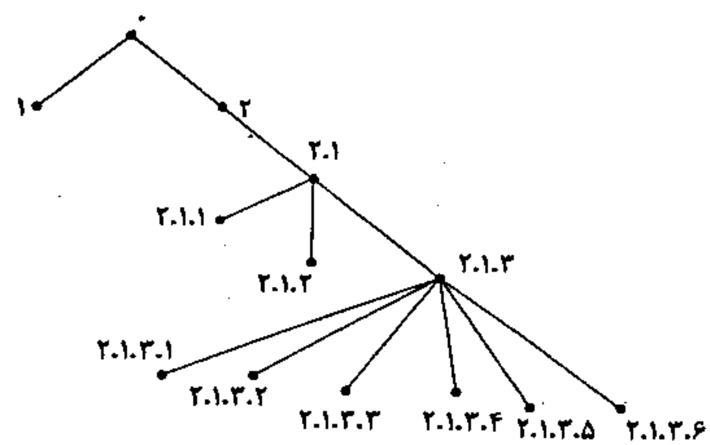
الف) با توجه به سیستم نشانی عمومی از اینکه عدد سمت راست ۲.۱.۳.۶ برابر ۶ می‌باشد بنابراین رأس متناظر با این نشان ، حداقل باید ۵ بردار داشته باشد که با خود رأسّ مشترکاً شش پسر رأس متناظر با ۲.۱.۳ باشند .

ب) با توجه به (الف) نشانی پدر ۲.۱.۳.۶ ، رأس ۲.۱.۳ می‌باشد .

ج) با توجه به سیستم نشانی عمومی ، ۲.۱.۳.۶ دارای چهار نیای زیر می باشد :

۰و۲ و ۲.۱ و ۲.۱.۳

د) گراف T به صورت زیر می‌تواند باشد .



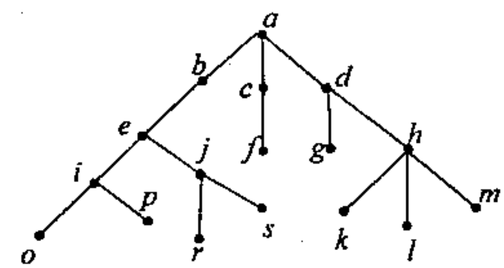
۱۱- عبارت $(w+x-y)/(\pi z^{2})$ را به صورت نماد لهستانی بنویسید .

پاسخ :

با استفاده از نماد لهستانی داریم :

$$(w+x-y)/(\pi z^{2}) = /+w-xy*\pi**zzz$$

۱۲- نتیجهٔ پیمایش پیش ترتیب و پس ترتیب را برای رئوس درخت زیر بنویسید .



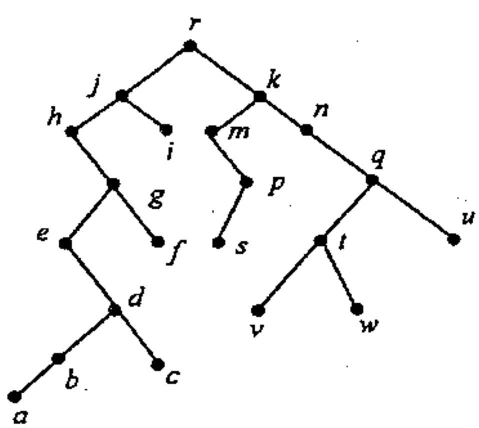
پاسخ :

نتیجه پیش‌پیمایش به صورت $m,l,k,h,g,f,c,s,r,j,p,o,i,e,b,a$ خواهد بود .

همچنین نتیجه پس‌پیمایش نیز به صورت زیر است:

$$a,d,h,m,l,k,g,c,f,b,e,j,s,r,i,p,o$$

۱۳- نتیجهٔ پیمایش پیش ترتیب ، میان ترتیب و پس ترتیب را برای رئوس درخت روبه‌رو بنویسید .



پاسخ :

پیش‌پیمایش : $u,w,v,t,q,n,s,p,m,k,i,f,c,a,b,d,e,g,h,j,r$

پس‌پیمایش : $r,k,n,q,u,t,w,v,m,p,s,j,i,h,g,f,e,d,c,b,a$

میان ترتیب : $q,u,t,w,v,n,k,m,p,s,r,j,i,h,g,f,e,d,c,b,a$

۱۴- فرض کنید که $G=(V,E)$ گراف بی‌سوی تعریف شده به وسیلهٔ ماتریس همسایگی $A(G)$ ارائه شده در زیر باشد .

الف) با اعمال الگوریتم BFS بر روی $A(G)$ ، نشان دهید که آیا G همبند است ؟

ب) با اعمال الگوریتم DFS بر روی $A(G)$ ، نشان دهید که آیا G همبند است ؟

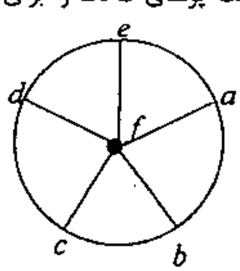
$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 & V_7 & V_8 \end{array} \\
\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{array}
\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

پاسخ :

الف) از V_1 به V_2,V_7 یالی وجود دارد . V_2,V_7 قبلاً ملاقات نشده‌اند . بنابراین به ته صف می‌روند . الگوریتم مجدداً از گام ۲ شروع می‌شود . زیرا صف خالی نیست . V_2 در ابتدای صف قرار دارد . از رأس V_2 به V_4,V_5,V_7 یالی وجود دارد . V_7 در مرحله قبلی ملاقات است، بنابراین در اول صف قرار دارد . از V_7 به V_5 یالی وجود دارد . V_4 در اول صف قرار دارد . از V_4 به V_3 یالی وجود دارد . حال V_5 در اول صف قرار دارد. از V_5 به V_7 یالی وجود دارد . اکنون V_3 در اول صف قرار دارد . از V_3 به V_6,V_8 یال وجود دارد . بدین ترتیب تمام رأسها ملاقات شدند . لذا ، گراف مرتبط با $A(G)$ داده شده همبند است .

ب) با استفاده از DFS نیز همبندی گراف را نشان می‌دهیم . از سطر اول شروع می‌کنیم .از V_1 می‌توان به V_2,V_7 رفت . از V_2 به V_4,V_5,V_7 از V_4 به V_3 از V_3 به V_6,V_8 . بدین ترتیب تمام رأسها ملاقات می شوند . لذا گراف ، همبند است .

۱۵ –الف) برای گراف ارائه شده در شکل روبه‌رو ، درخت پوشای BFS را برای حالتی که رئوس به ترتیب



۱. a,b,c,d,e,f

۲. a,b,e,c,d,f

۳. a,c,d,b,e,f

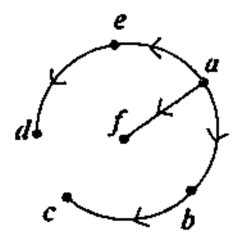
مرتب شده باشند ، رسم کنید .

ب) چند درخت پوشای BFS به ریشهٔ a وجود دارد ؟

پاسخ :

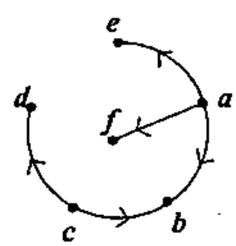
الف)

۱) با ترتیب داده شده . خواهیم داشت :



۲) در این حالت نیز درخت الف ، بدست می‌آید .

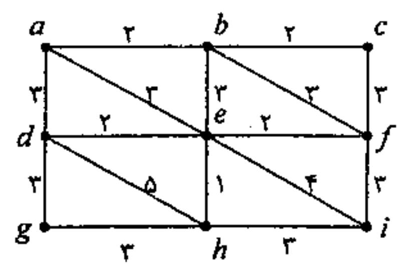
۳) در این حالت گراف زیر حاصل می‌شود :



ب) به تعداد ترتیبهایی که می‌توان از حروف e,d,c,b,a ساخت به طوری که a به عنوان اولین حرف ظاهر شود . از اینگونه درخت‌های پوشا وجود دارد . تعداد این ترتیب‌ها برابر است با !۴ .

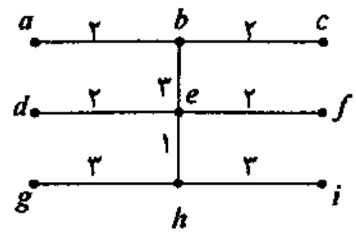
البته ممکن است برخی از درخت‌ها متمایز نباشند .

۱۶- با استفادهٔ جداگانه از الگوریتم‌های کراسکال و پریم یک درخت پوشای مینیمم برای گراف زیر به دست آورید .



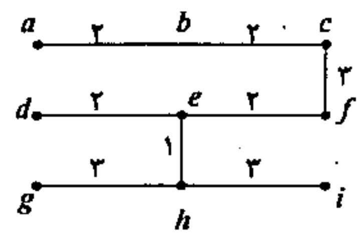
پاسخ :

درخت پوشای مینیمال که با استفاده از الگوریتم کراسکال بدست آمده به صورت زیر است :



که هزینه مینیمال برابر ۱۸ می‌باشد .

با استفاده از الگوریتم پریم نیز گراف پوشای مینیمال زیر بدست می‌آید :



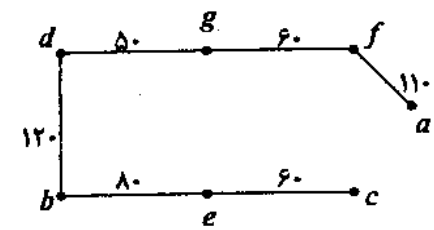
که هزینه مینیمال مانند بالا ، برابر ۱۸ می‌باشد .

۱۷- جدول زیر ، فاصلهٔ (بر حسب کیلومتر) بین ۷ شهر را نشان می‌دهد . با ساختن شبکه‌ای از اتوبان‌ها می‌خواهیم این شهرها را به هم وصل کنیم . اگر هزینهٔ ساخت هر کیلومتر اتوبان در تمام نقاط کشور مساوی فرض شود ، در این صورت ، این اتوبان‌ها بین چه شهرهایی کشیده شوند تا هزینهٔ کل ساخت مینیمم بشود .

	g	a	b	c	d	e
a	۱۲۰	-	-	-	-	
b	۱۷۰	۲۹۰	-	-	-	
c	۲۰۰	۲۸۰	۱۳۰	-	-	
d	۵۰	۱۷۰	۱۲۰	۱۵۰	-	
e	۲۰۰	۳۰۰	۸۰	۶۰	۱۴۰	
f	۶۰	۱۱۰	۲۰۰	۱۶۰	۷۰	۱۹۵

پاسخ :

با توجه به اینکه هزینه ساخت اتوبان در تمام نقاط مساوی فرض شده است . لذا درخت پوشا با کمترین طول را می‌یابیم . با توجه به جدول داده شده توسط الگوریتم پریم درخت پوشای مینیمال زیر را می‌توان برای ارتباط شهرها ساخت :



که طول مینیمال برابر خواهد بود با : ۴۸۰

۱۸- فرض کنید که $G=(V,E)$ یک گراف بی‌سو با k مؤلفه، $|V|=n$ رأس ، و $|E|=m$ یال باشد . نشان دهید که $m \ge n-k$.

پاسخ :

فرض کنیم G دارای k مؤلفه $G_1,\dots,G_k$ باشد . با توجه به اینکه هر G_i $(1 \le i \le k)$ همبند است . لذا ، G_i یا یک درخت است و یا بیش از درخت یال دارد . درنتیجه :

$$|V_i| \le |E_i|+1 \qquad 1 \le i \le k$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k}|V_i| \le \sum_{i=1}^{k}(|E_i|+1)$$

$$\Rightarrow |V| \le \sum_{i=1}^{k}|E_i| + \sum_{i=1}^{k}1$$

$$\Rightarrow |V| \le |E|+k \quad \Rightarrow \quad n-k \le m$$

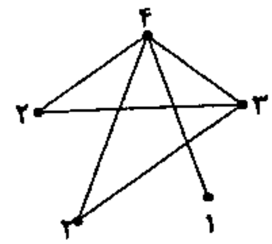
۱۹- n تایی مرتب $d_1,d_2,\dots,d_n$ از اعداد صحیح مثبت را گرافیکال گوئیم، هرگاه، گراف بی‌سو و بدون حلقه با n رأس موجود باشد به گونه‌ای که درجه‌های رئوس آن مساوی $d_1,d_2,\dots,d_n$ باشند . کدام یک از n تایی‌های زیر گرافیکال هستند .

الف) (۱ ، ۲ ، ۲ ، ۳ ، ۴) ب) (۱ ، ۳ ، ۳ ، ۳)

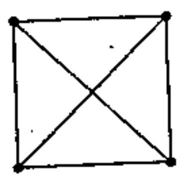
ج) (۱ ، ۳ ، ۳ ، ۵ ، ۶ ، ۶) د) (۱ ، ۱ ، ۳ ، ۳ ، ۳ ، ۴ ، ۶ ، ۷)

پاسخ :

الف) گرافیکال است . زیرا گراف بی‌سو و بدون حلقه زیر را می‌توان با اعداد داده شده متناظر کرد .



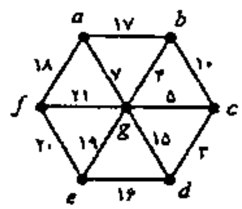
ب) گرافیکال نیست . اگر گرافی با خصوصیات خواسته شده موجود باشد ، آنگاه آن گراف باید دارای چهار رأس باشد به طوریکه سه رأس از رأسهای گراف با درجه ۳ باشند که در این صورت لزوماً رأس چهارم نیز از درجه ۳ خواهد بود و نمی‌تواند از درجه ۱ باشد .

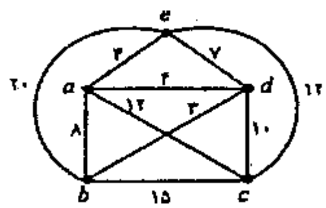


ج) گرافیکال نیست .گراف مورد نظر باید۶ رأس داشته باشد . که در این صورت درجه هر کدام از رأس‌های آن حداکثر می‌تواند ۵ باشد . وجود رأسی از درجه ۶ امکان‌پذیر نیست .

د) گرافیکال نیست . اگر گرافی با خصوصیات خواسته شده موجود باشد ، آنگاه گراف باید دارای ۸ رأس باشد . فرض کنیم $a_1, a_2, \ldots, a_8$ رأس‌های گراف باشند . a_1 از درجه ۷ است . بنابراین از a_1 به تمام دیگر رأس‌ها یالی وجود دارد . حال a_2 از درجه۶ است . a_2 یک یال از a_1 دریافت کرده است لذا باید ۵ یال به ۵ رأس از ۶ رأس $a_2, a_3, \ldots, a_8$ بدهد. در این مرحله در گراف تنها یک یال از درجه ۱ می تواند وجود داشته باشد بنابراین گراف حاضر نمی‌تواند گراف(۷, ۶, ۴, ۳, ۳, ۳, ۱, ۱) باشد.

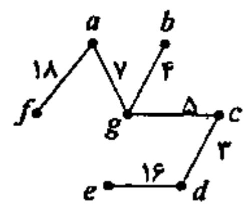
۲۰- با استفاده از الگوریتم‌های کراسکال و پریم یک درخت پوشای مینمم برای هر کدام از گراف‌های زیر به دست آورید .



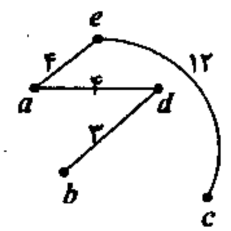


پاسخ :

با استفاده از الگوریتم کراسکال درخت‌های پوشای زیر حاصل می‌شود :

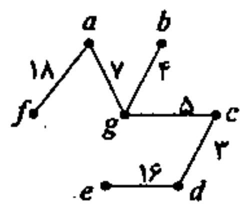


۵۳= مقدار مینیمال

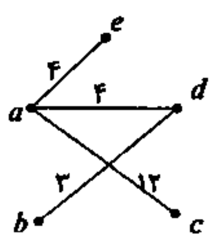


۲۳= مقدار مینیمال

با استفاده از الگوریتم پریم درخت‌های پوشای زیر حاصل می شود .



۵۳= مقدار مینیمال

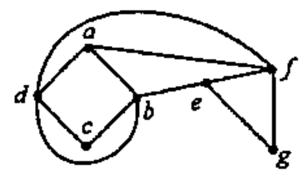


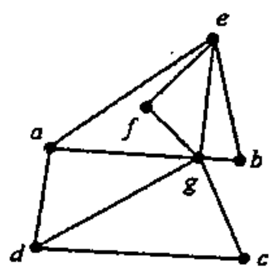
۲۳= مقدار مینیمال

۲۱- با استفاده از الگوریتم‌های BFS و DFS، درخت‌های پوشایی برای هر کدام از گراف‌های زیر به دست آورید .

الف) رئوس به ترتیب g, f, e, d, c, b, a مرتب شده‌اند .

ب) رئوس به ترتیب a,b,c,d,e,f,g مرتب شده‌اند .

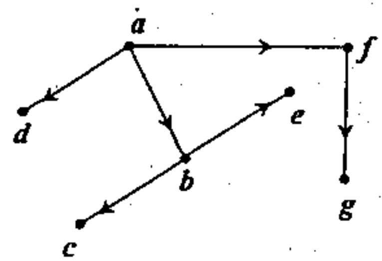


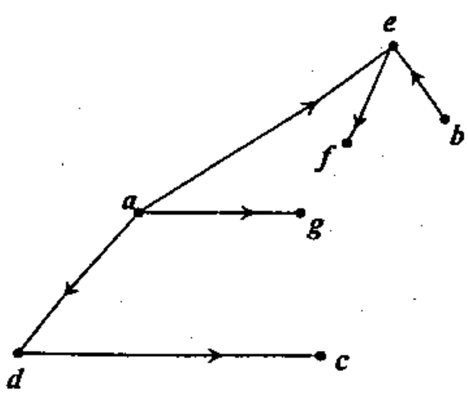


پاسخ :

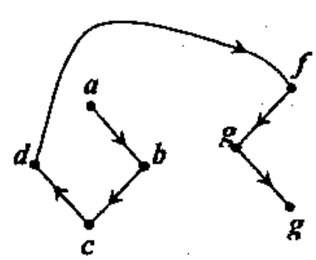
الف)

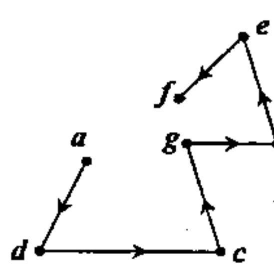
روش BFS



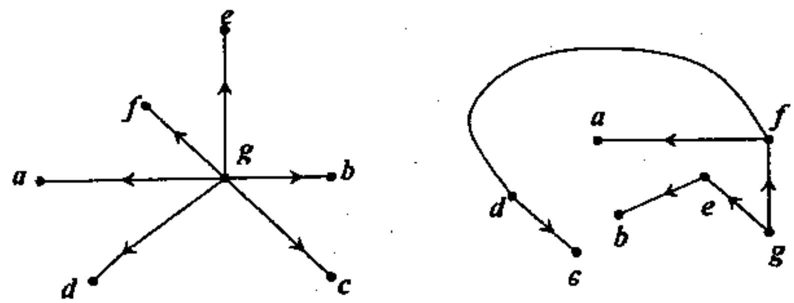


روش DFS

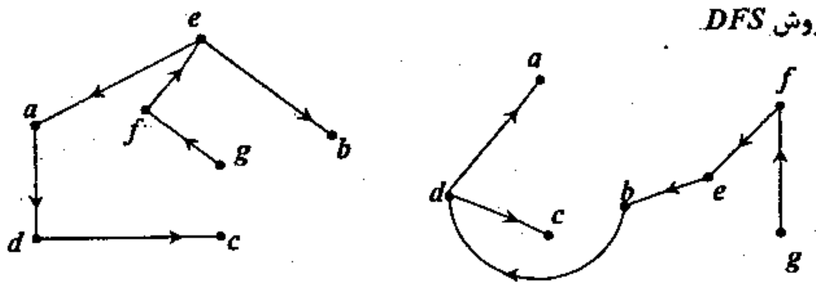




ب) روش BFS



روش DFS



۲۲- با استفاده از الگوریتم وارشال نشان دهید که گراف $G=(V,E)$ تعریف شده به وسیلهٔ ماتریس همسایگی $A(G)$ ، قویاً همبند است .

$$A(G)=\begin{array}{c|ccccc} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ v_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

پاسخ :

با استفاده از الگوریتم وارشال بستار متعدی $A(G)=w_0$ را به دست می‌آوریم :

$k=1$: $\quad q_1=2 \quad ; \quad p_1=3$

$$w_1=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$p_۱ = ۱ \ , \ p_۲ = ۳ \quad ; \ q_۱ = ۳ \ , \ q_۱ = ۴ \qquad : k = ۲$$

$$w_۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$p_۱ = ۱, p_۲ = ۲, p_۳ = ۳, , p_۴ = ۵ \ ; \ q_۱ = ۱, q_۲ = ۲, q_۳ = ۳, q_۴ = ۴ \qquad : k = ۳$$

$$w_۳ = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$p_۱ = ۱, p_۲ = ۲, p_۳ = ۳, , p_۴ = ۵ \ ; \ q_۱ = ۵ \qquad : k = ۴$$

$$w_۴ = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

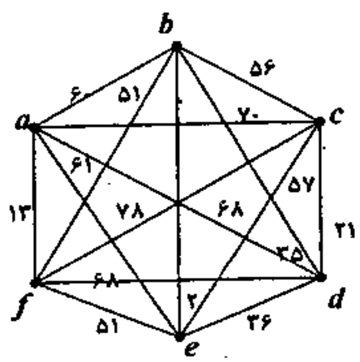
$: k = ۵$

$$p_۱ = ۱, p_۲ = ۲, p_۳ = ۳, p_۴ = ۴, \ p_۵ = ۵ \ ; \ q_۱ = ۱, q_۲ = ۲, q_۳ = ۳, q_۴ = ۴, q_۵ = ۵$$

$$w_۵ = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

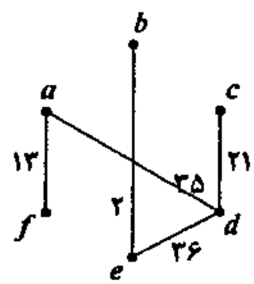
بنابراین بین هر دو رأس دلخواه G ، مانند b,a مسیری از a به b و مسیری از b به a وجود دارد . لذا ، G قویاً همبند است .

۲۳- با استفاده از الگوریتم‌های کراسکال و پریم یک درخت پوشای مینمم برای گراف زیر به دست آورید .

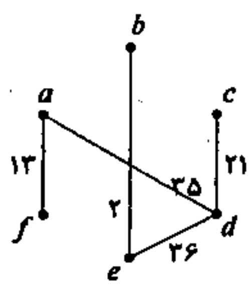


پاسخ :

الگوریتم کراسکال :



الگوریتم پریم :



مقدار مینیمال : ۱۰۷